2026
CANPOINT®

物流码
QPG0001385

·全心全意 品质为真·

服务热线：4000-555-100

CONTENTS

重点强化练(一)	不等式的性质与基本不等式
重点强化练(二)	函数图象与性质
重点强化练(三)	函数零点问题
重点强化练(四)	导数的几何意义及其应用
重点强化练(五)	导数及其应用
重点强化练(六)	三角函数的图象与性质
重点强化练(七)	三角恒等变换
重点强化练(八)	解三角形
重点强化练(九)	等差数列与等比数列
重点强化练(十)	数列递推与数列求和
重点强化练(十一)	空间中的平行与垂直
重点强化练(十二)	空间中的截面问题、折叠与展开问题
重点强化练(十三)	直线与圆
重点强化练(十四)	隐圆问题
重点强化练(十五)	焦点三角形与离心率
重点强化练(十六)	焦点弦
重点强化练(十七)	直线与圆锥曲线、圆与圆锥曲线
重点强化练(十八)	随机变量及其分布
重点强化练(十九)	概率分布中的决策类问题
重点强化练(二十)	创新综合题专练

增分加练
数学
RJB

绿色印刷产品
印刷质检码20257500

重点强化练(一)　不等式的性质与均值不等式

班级　姓名　答题卡　1　2　3　4　5　6　7　8　9　10　11

一、选择题:本题共 7 小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2025·四川遂宁模拟] 若 $a>1$,则 $4a+\dfrac{1}{a-1}$ 的最小值为 (　　)

A. 4　　B. 6

C. 8　　D. 无最小值

2. [2024·河北唐山一模] 已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-2}}$,则 $f(x)$的最小值为 (　　)

A. 0　　B. 2

C. $2\sqrt{2}$　　D. 3

3. [2025·江苏宿迁调研] 若 $a>0,b>0,a+2b=3$,则$\dfrac{3}{a}+\dfrac{6}{b}$的最小值为 (　　)

A. 9　　B. 18

C. 24　　D. 27

4. 对于任意实数 a,b,"$a^2+b^2>2ab$"是"$a^2>b^2$"的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. [2024·福州一模] 已知实数 x,y 满足 $3xy+y^2=1,y>0$,则 $2x+y$ 的最小值是 (　　)

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $2\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}$

6. [2024·山东新高考联盟模拟] 已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0(a,b,c\in\mathbf{R})$的解集为 $(-4,1)$,则$\dfrac{c^2+9}{a+b}$的取值范围为 (　　)

A. $[-6,+\infty)$　　B. $(-\infty,6)$

C. $(-6,+\infty)$　　D. $(-\infty,-6]$

7. [2024·山东淄博二模] 记 $\max\{x,y,z\}$表示 x,y,z 中最大的数.已知 x,y 均为正实数,则 $\max\left\{\dfrac{2}{x},\dfrac{1}{y},x^2+4y^2\right\}$的最小值为 (　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1

C. 2　　D. 4

二、选择题:本题共 2 小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

8. [2024·安徽淮北质检] 已知 $a,b,c\in\mathbf{R}$,下列命题为真命题的是 (　　)

A. 若 $a>b>c$,则 $a+b>c$

B. 若 $a>b>|c|$,则 $a^2>b^2>c^2$

C. 若 $a<b<c<0$,则$\dfrac{c}{a}>\dfrac{c}{b}$

D. 若 $a>b>c>0$,则$\dfrac{b}{a}<\dfrac{b+c}{a+c}$

9. [2024·湖南邵阳三模] 若正实数 x,y 满足 $2x+y=xy$,则 (　　)

A. $xy\leqslant 8$

B. $8x+y\geqslant 18$

C. $\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{4}{y^2}\geqslant\dfrac{1}{2}$

D. $\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{y-2}\geqslant\sqrt{6}$

三、填空题:本题共 2 小题.

10. [2024·重庆渝中区模拟] 已知 $x>0,y>0$ 且 $x+2y=1$,则 $\log_2 x+\log_2(2y)$的最大值为_____.

11. [2024·江西宜春三模] 已知 $x>0,y>0$,且满足 $4x^2+9y^2+6xy-3=0$,则 $2x+3y$ 的最大值为_____.

增分加练

重点强化练(二) 函数图象与性质

一、选择题:本题共7小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2024·四川南充二模] 已知函数 $f(x)=\frac{3}{x}$,则函数 $y=f(x-1)+1$ 的图象 ( )

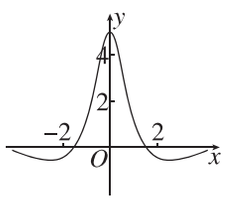
A. 关于点(1,1)对称

B. 关于点(−1,1)对称

C. 关于点(−1,0)对称

D. 关于点(1,0)对称

2. [2023·天津卷] 函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示,则 $f(x)$ 的解析式可能为 ( )



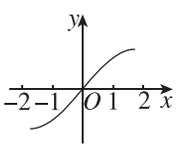
A. $f(x)=\frac{5(e^{x}-e^{-x})}{x^{2}+2}$

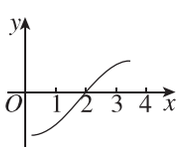
B. $f(x)=\frac{5\sin x}{x^{2}+1}$

C. $f(x)=\frac{5(e^{x}+e^{-x})}{x^{2}+2}$

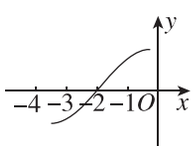
D. $f(x)=\frac{5\cos x}{x^{2}+1}$

3. 若函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示,则函数 $y=f(2-x)$ 的图象为 ( )

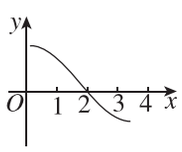




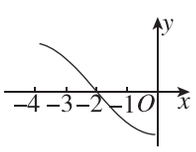
A



B



C



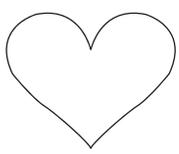
D

4. 已知函数 $y=|3^{x}-1|$ 的定义域为 $[a,b]$,值域为 $\left[0,\frac{1}{3}\right]$,则 $b-a$ 的最大值为 ( )

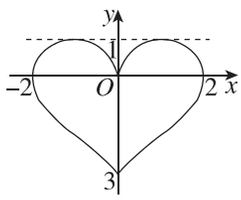
A. $\log_3\frac{4}{3}$　　B. $\log_3 2$

C. $\log_3\frac{2}{3}$　　D. 2

5. [2024·河南实验中学模拟] 如图①,心形代表浪漫的爱情,人们用它来向所爱之人表达爱意.一心形作为建筑立面造型,呈现出优雅的弧度,心形木屋融入山川、河流、森林、草原,营造出一个精神和自然聚合的空间.图②是由此抽象出来的一个“心形”图形,这个图形可看作由两个函数的图象构成,则“心形”在 x 轴上方的图象对应的函数解析式可能为 ( )



①



②

A. $y=|x|\sqrt{4-x^{2}}$　　B. $y=x\sqrt{4-x^{2}}$

C. $y=\sqrt{-x^{2}+2|x|}$　　D. $y=\sqrt{-x^{2}+2x}$

6. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\geqslant|x|$ 且 $f(x)\geqslant 2^{x}$,$x\in\mathbf{R}$,则下列说法正确的是 ( )

A. 若 $f(a)\leqslant|b|$,则 $a\leqslant b$

B. 若 $f(a)\leqslant 2^{b}$,则 $a\leqslant b$

C. 若 $f(a)\geqslant|b|$,则 $a\geqslant b$

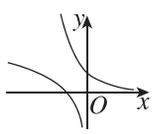
D. 若 $f(a)\geqslant 2^{b}$,则 $a\geqslant b$

7. 函数 $f(x)=\sin x$ 的图象与 $g(x)=\begin{cases}\lg(x+1),x\geqslant 0,\\-\lg(-x+1),x<0\end{cases}$ 的图象的交点个数为 ( )

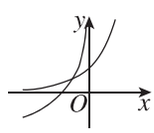
A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

二、选择题:本题共2小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

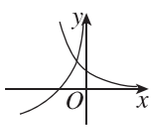
8. [2024·辽宁部分学校联考] 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$,$b>0$ 且 $b\neq 1$,$a^{x}=b^{-x}$,函数 $y=\log_a(-x)$ 与 $y=b^{x}$ 的图象可能是 ( )



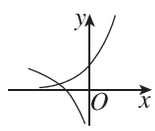
A



B



C



D

9. 若 $x_3\cdot e^{x_1}=x_3\cdot\ln x_2=1$,则下列不等关系可能成立的是 ( )

A. $x_3>x_2>x_1$　　B. $x_3>x_1>x_2$

C. $x_2>x_1=x_3$　　D. $x_2>x_1>x_3$

三、填空题:本题共2小题.

10. [2024·福建宁德模拟] 对于 $a,b\in\mathbf{R}$,记 $\max\{a,b\}=\begin{cases}a,a\geqslant b,\\b,a<b,\end{cases}$ 则函数 $f(x)=\max\left\{|x+1|,\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\right\}$ 的最小值为_____.

11. [2025·安徽合肥一六八中学月考] 若函数 $f(x)=|2^{x}-m|+m$ 在 $(-\infty,2]$ 上的最大值为4,则 m 的取值范围是_____.

重点强化练(三) 函数零点问题

班级

姓名

答题卡

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

一、选择题:本题共7小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. 已知函数 $f(x)=\ln x+x-\frac{2}{x}$,则 $f(x)$ 的零点所在的区间为 (　　)

A. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　　B. $(1,2)$

C. $(2,e)$　　D. $(e,3)$

2. [2024·河北唐山模拟] "$a\leqslant -2$"是"函数 $f(x)=ax+3$ 在区间$[-1,2]$上存在零点"的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. [2024·广东揭阳模拟] 函数 $f(x)=\ln\frac{x-2}{x}+x-1$ 的所有零点之和为 (　　)

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

4. 已知方程 $e^x+x-2=0$,$\ln x+x-2=0$ 的根分别为 a,b,则 $a+b$ 的值为 (　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. [2024·湖南邵阳模拟] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|2^x-1|,x\leqslant 2,\\5-x,x>2,\end{cases}$ 若方程 $[f(x)]^2-(m+1)f(x)+m=0$ 有5个不同的实数根,则实数 m 的取值范围为 (　　)

A. $(0,1)\cup(1,3)$　　B. $(0,1)$

C. $[0,1)$　　D. $(1,3)$

6. [2024·广东深圳模拟] 当 $a\geqslant e$ 时,方程 $e^x+x+\ln x=\ln a+\frac{a}{x}$,$x\in[1,+\infty)$ 的根的个数为 (　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

7. [2024·山东德州模拟] 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x+2)$,当 $x\in[0,2]$ 时,$f(x)=(\sqrt{e})^x$,若在区间$[0,10]$内,函数 $g(x)=f(x)-mx-1(m>0)$ 有5个零点,则实数 m 的取值范围是 (　　)

A. $\left[\frac{e-1}{10},\frac{e-1}{6}\right)$　　B. $\left(0,\frac{e^5-1}{10}\right)$

C. $\left(\frac{e-1}{11},\frac{e-1}{6}\right)$　　D. $\left(0,\frac{e-1}{10}\right]$

二、选择题:本题共2小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

8. 若函数 $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x+a$ 有3个零点,则实数 a 的值可以是 (　　)

A. -10　　B. -9

C. 2　　D. 3

9. [2024·江苏连云港模拟] 已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_2 x|,0<x\leqslant 2,\\x^2-6x+9,x>2,\end{cases}$ 若方程 $f(x)=k$ 有四个不同的根 x_1,x_2,x_3,x_4 且 $x_1<x_2<x_3<x_4$,则下列结论正确的是 (　　)

A. $0<k<1$

B. $2x_1+x_2\geqslant 2\sqrt{2}$

C. $x_1x_2+x_3+x_4=6$

D. $3<x_1+2x_2<\frac{9}{2}$

三、填空题:本题共2小题.

10. [2024·黑龙江哈尔滨模拟] 定义$[x]$表示不超过 x 的最大整数,$\{x\}=x-[x]$.例如:$[-3.2]=-4$,$\{-3.2\}=0.8$,则方程 $2x\{x\}-x-1=0$ 的所有实根之和是_____.

11. [2024·江苏扬州模拟] 已知 $a\in\mathbf{R}$,函数 $f(x)=\begin{cases}|x-1|,x\geqslant 0,\\-x^2+ax,x<0.\end{cases}$ 当 $a=1$ 时,函数 $y=f[f(x)]$ 有_____个零点;若函数 $y=f[f(x)]$ 恰有3个零点,则实数 a 的取值范围为_____.

增分加练

重点强化练(四) 导数的几何意义及其应用

一、选择题:本题共7小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2024·福建厦门一模] 已知直线 l 与曲线 $y=x^3-x$ 在原点处相切,则 l 的倾斜角为 (　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{3\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

2. [2024·四川宜宾三模] 若曲线 $y=e^x+a$ 的一条切线方程是 $y=x-1$,则 $a=$ (　　)

A. -2　　B. 1

C. -1　　D. e

3. 已知函数 $f(x)=xe^x+1$,过点 $P(2,1)$ 可作曲线 $y=f(x)$ 的切线的条数为 (　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

4. [2024·河北邢台一模] 如果方程 $F(x,y)=0$ 能确定 y 是 x 的函数,那么称这种方式表示的函数是隐函数.隐函数的求导方法如下:在方程 $F(x,y)=0$ 中,把 y 看成 x 的函数 $y=y(x)$,则方程可看成关于 x 的恒等式 $F(x,y(x))=0$,在等式两边同时对 x 求导,然后解出 $y'(x)$ 即可.例如:求由方程 $x^2+y^2=1(y<0)$ 所确定的隐函数的导数 y',将方程 $x^2+y^2=1(y<0)$ 的两边同时对 x 求导,则 $2x+2y\cdot y'=0$(y 是 x 的函数,需要用复合函数的求导法则求导),得 $y'=-\frac{x}{y}(y<0)$.利用隐函数求导方法可求得曲线 $xy+\ln y=2$ 在点 $(2,1)$ 处的切线方程为 (　　)

A. $x-3y+1=0$

B. $x+3y-5=0$

C. $3x-y-5=0$

D. $2x+3y-7=0$

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+5x,x\geqslant 0,\\-e^x+1,x<0.\end{cases}$ 若 $f(x)\geqslant kx$ 恒成立,则 k 的取值范围是 (　　)

A. $(-\infty,0]$　　B. $(-\infty,5]$

C. $(0,5]$　　D. $[0,5]$

6. [2024·四川内江模拟] 若曲线 $y=\ln x$ 在点 $(x_0,\ln x_0)$ 处的切线也是曲线 $y=e^x$ 的切线,则下列函数的零点是 x_0 的是 (　　)

A. $f(x)=\ln x-\frac{x-1}{x+1}$

B. $f(x)=\ln x-\frac{x+1}{x-1}$

C. $f(x)=\ln x-\frac{x+1}{x+2}$

D. $f(x)=\ln x-\frac{x+2}{x+1}$

7. [2025·山东新高考联合质检联考] 若过点 $(1,m)$ 可以作函数 $y=(x+1)e^x$ 的图象的三条切线,则实数 m 的取值范围是 (　　)

A. $(-4e^{-2},0)$　　B. $(-6e^{-3},0)$

C. $(-6e^{-3},2e)$　　D. $(e,2e)$

二、选择题:本题共2小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

8. 已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+1$ 的图象在点 $(m,f(m))$ 处的切线为 l_m,则 (　　)

A. l_m 的斜率的最小值为 -2

B. l_m 的斜率的最小值为 -3

C. l_0 的方程为 $y=1$

D. l_{-1} 的方程为 $y=9x+6$

9. 已知直线 $y=kx(k>0)$ 交曲线 $y=e^x$ 于 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$ 两点,其中 $x_1<x_2$,O 为坐标原点,过 A,B 分别作曲线 $y=e^x$ 的切线,斜率分别为 k_1,k_2,则 (　　)

A. k 的取值范围是 $(e,+\infty)$

B. 存在 $k\in(0,+\infty)$,使 A 为 OB 的中点

C. $y_1+y_2>2e^{\frac{x_1+x_2}{2}}$

D. 存在 $k\in(0,+\infty)$,使两条切线互相垂直

三、填空题:本题共2小题.

10. [2025·广东深圳中学模拟] 若直线 $y=kx+b$(k,b 为常数)与函数 $y=e^{x-1}$ 和 $y=e^x-2$ 的图象都相切,则 $b=$_____.

11. 已知 A,B 分别是曲线 $y=\ln x-\frac{1}{x}$ 和直线 $y=2x$ 上的点,则 $|AB|$ 的最小值为_____.

解答题:本题共4小题,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

1. [2024·湖南益阳二模] 已知 a,b 为正实数,函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{ax+b}$,曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=\dfrac{1}{2}(ax-b)$.

(1)求 $a+b$ 的值;

(2)求证:$f(x)\geqslant\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{x}$.

2. [2025·青岛期末] 已知函数 $f(x)=ax^3+2\sin x-x$.

(1)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程;

(2)当 $a=1$ 时,讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3)当 $x\geqslant0$ 时,$f(x)\geqslant0$,求 a 的取值范围.

3. [2024·广东佛山二模] 已知 $f(x)=-\frac{1}{2}e^{2x}+4e^{x}-ax-5$.

(1)当 $a=3$ 时,求 $f(x)$的单调区间;

(2)若 $f(x)$有两个极值点 x_1,x_2,证明:$f(x_1)+f(x_2)+x_1+x_2<0$.

4. [2025·辽宁东北育才中学月考] 在高等数学中,$y=f(x)$在 $x=x_0$ 处及其附近可以用一个多项式函数近似表示,具体形式为 $f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\cdots$(其中 $f^{(n)}(x)$表示 $f(x)$的 n 次导数),以上公式我们称为函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处的泰勒展开式.

(1)分别求 $y=e^x$,$y=\sin x$,$y=\cos x$ 在 $x=0$ 处的泰勒展开式;

(2)若上述泰勒展开式中的 x 可以推广至复数,证明:$e^{i\pi}+1=0$(其中 i 为虚数单位);

(3)当 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$时,求证:$e^{\sin x}>x+1$.

参考数据:$\ln\frac{5}{2}\approx0.916$.

一、选择题:本题共7小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2025·四川绵阳中学模拟] $y=\lg(\tan x-1)$的定义域为 ( )

A. $\left\{x\left|\frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

B. $\left\{x\left|x>\frac{\pi}{4}+k\pi,x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

C. $\left\{x\left|x>\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

D. $\left\{x\left|x>\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$

2. 把函数$f(x)=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度,再把所得图象的横坐标缩短为原来的一半,得到$g(x)$的图象,则$g(x)=$ ( )

A. $\cos 4x$ B. $-\cos x$

C. $-\cos 4x$ D. $-\sin x$

3. [2025·衡水中学月考] 下列函数中在$\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增,周期为$\pi$,且为奇函数的是 ( )

A. $y=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$ B. $y=\sin 2x$

C. $y=\tan x$ D. $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

4. [2025·内蒙古呼和浩特质检] 当$x\in[0,2\pi]$时,曲线$y=\cos x$与$y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的交点个数为 ( )

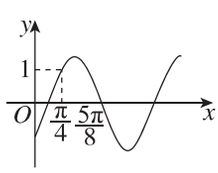
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

5. 已知函数$f(x)=\sin x+a\cos x$,且$f(x)=f\left(\frac{10\pi}{3}-x\right)$,则函数$g(x)=a\sin x+\cos x$的图象的一条对称轴方程可以为 ( )

A. $x=\frac{\pi}{6}$ B. $x=\frac{5\pi}{6}$

C. $x=\frac{7\pi}{6}$ D. $x=\pi$

6. [2024·广州二模] 已知函数$f(x)=\sqrt{2}\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图



所示,若将函数$f(x)$的图象向右平移$\theta(\theta>0)$个单位长度后所得曲线关于y轴对称,则θ的最小值为 ( )

A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{2}$

7. [2024·河南南阳模拟] 若函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$中心对称,且$x=-\frac{\pi}{3}$是$f(x)$的极值点,$f(x)$在区间$\left(0,\frac{2\pi}{5}\right)$内有唯一的极大值点,则$\omega$的最大值为 ( )

A. 8 B. 7 C. $\frac{27}{4}$ D. $\frac{25}{4}$

二、选择题:本题共2小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

8. [2024·湖南邵阳二联] 已知函数$f(x)=\sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x+\sqrt{2}$,则下列结论正确的有 ( )

A. $f(x)$的最小正周期为$\frac{2\pi}{3}$

B. $f(x)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{9},0\right)$对称

C. $f(x)$的图象关于直线$x=\frac{\pi}{18}$对称

D. $f(x)$在区间$\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{18}\right]$上单调递减

9. [2025·湖北黄冈调研] 已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的图象过点$A(0,1)$和$B(x_0,-2)(x_0>0)$,且满足$|AB|_{\min}=\sqrt{13}$,则下列结论正确的是 ( )

A. $\varphi=\frac{\pi}{6}$

B. $\omega=\frac{\pi}{3}$

C. 当$x\in\left[-\frac{1}{4},1\right]$时,函数$f(x)$的取值范围为$[0,1]$

D. 函数$y=x-f(x)$有三个零点

三、填空题:本题共2小题.

10. [2024·安徽芜湖二模] 已知偶函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$中心对称,且在区间$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$上单调,则$\omega=$_____.

11. [2024·江西重点中学盟校二联] 已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$的图象在$y$轴上的截距为$\sqrt{2}$,在$y$轴右侧的第一个零点为$\frac{3\pi}{8}$,当$x\in\left[0,\frac{9\pi}{8}\right]$时,若方程$f(x)=a$恰有三个不同的根,分别记为$x_1,x_2,x_3$,则$x_1+x_2+x_3$的取值范围为_____.

重点强化练(七) 三角恒等变换

一、选择题:本题共7小题.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是正确的.

1. [2025·安徽部分学校联考] $\sin^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{7\pi}{12}=$ (　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. [2024·山东枣庄三调] 已知角α的顶点与原点重合,始边与x轴的非负半轴重合,终边经过点$P\left(\cos\frac{\pi}{3},\sin\frac{\pi}{3}\right)$,则$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$ (　　)

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. [2025·福建泉州质检] 若$\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=2$,则$\tan\theta=$ (　　)

A. $-\sqrt{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

4. [2024·重庆八中模拟] $\frac{2\cos 65^\circ\cos 15^\circ}{\tan 15^\circ\cos 10^\circ+\sin 10^\circ}$的值为 (　　)

A. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

5. [2024·太原三模] 若$\sin 2\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$,$\sin(\beta-\alpha)=\frac{\sqrt{6}}{6}$,且$\alpha\in\left[\frac{\pi}{4},\pi\right]$,$\beta\in\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$,则$\cos(\alpha+\beta)=$ (　　)

A. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{30}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}-\sqrt{2}}{6}$

6. [2024·江西南昌二模] 已知$2\cos\left(2x+\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)-\cos 3x=\frac{1}{4}$,则$\sin\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{7}{8}$　　D. $-\frac{7}{8}$

7. [2024·吉林三模] 已知α,β为锐角,且$\cos(\alpha+\beta)=\frac{2\sin\beta}{\sin\alpha}$,则$\tan\beta$的最大值为 (　　)

A. $\frac{\sqrt{6}}{12}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、选择题:本题共2小题.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.

8. 下列等式成立的是 (　　)

A. $\sin 63^\circ\cos 18^\circ-\cos 63^\circ\sin 18^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\sin 15^\circ\cos 15^\circ=\frac{1}{2}$

C. $\sin^2\frac{\pi}{8}-\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}=\sqrt{3}$

9. 已知$0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$,且$\tan\alpha$,$\tan\beta$是方程$21x^2-10x+1=0$的两根,则下列选项中正确的是 (　　)

A. $\tan(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\frac{6}{11}$

C. $\tan(\alpha-\beta)=-\frac{4}{11}$

D. $\alpha+2\beta=\frac{\pi}{4}$

三、填空题:本题共2小题.

10. [2024·河南部分学校联考] 若$\alpha\in\left(0,\frac{5\pi}{18}\right)$,且$\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha=4\sin\alpha\cos\alpha$,则$\sin\alpha=$_____.

11. [2024·江苏南京一模] 已知$\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,且$\sin\alpha-\sin\beta=-\frac{1}{2}$,$\cos\alpha-\cos\beta=\frac{1}{2}$,则$\tan\alpha+\tan\beta=$_____.